

Канюков В.Н., Мурашов А.Д.

О ГАУССОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЕЛИЧИНЫ ВОЗРАСТА ПАЦИЕНТА ПРИ ОФТАЛЬМОХИРУРГИЧЕСКОМ ВМЕШАТЕЛЬСТВЕ

Рассмотрено гауссово распределение величины возраста пациента на момент проведенной ему офтальмологической операции. Определена его роль, как показателя офтальмологического здоровья, так и здоровья вообще, определяемого социальными, наследственными, генетическими и прочими факторами.

Хорошо известна роль вероятностных и статистических методов в естествознании, в частности, в медицине и биологии. При этом одним из наиболее часто встречающихся распределений исследуемых случайных величин является гауссово, его синоним нормальное распределение. Кратко напомним его суть.

Пусть $\xi \in R^1$ – произвольная одномерная нормальная случайная величина, тогда ее функция распределения имеет вид:

$$P(\xi = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t - M\xi}{\sigma}\right)^2\right] dt \quad (1),$$

где: $P(\xi \leq x)$ – вероятность, что $\xi \leq x$;

$M\xi$ – математическое ожидание случайной величины ξ ;

$\sigma = (D\xi)^{1/2}$ – среднее квадратическое отклонение ξ ;

$D\xi$ – дисперсия ξ .

В этом случае математическое ожидание $M\xi$ и дисперсия $D\xi$ полностью определяют искомую функцию распределения $P(\xi \leq x)$.

За 15 лет своего существования врачи Оренбургского филиала ГУ МНТК «Микрохирургия глаза» провели более 125000 операций. Имея такой богатый материал мы поставили цель найти вероятностное распределение случайной величины – возраст пациента при условии его оперирования по поводу какого – либо офтальмологического заболевания.

Для анализа нами были отобраны 107124 операции по состоянию на 30.09.2004 год. Для корректности исследования были исключены повторные и комбинированные операции, проводимые больному на один глаз, то есть исключены случаи, когда в ходе лечения на один глаз требуется проводить несколько операций, в зачет идет одна.

Пусть V – случайная величина – возраст пациента на момент даты операции. Возраст

пациента вычислялся как количество суток, прожитых пациентом от момента рождения до момента операции. Средняя продолжительность года, как обычно, принимается равной 365,25 суток. Проведя необходимые, весьма объемные, вычисления, были найдены все вероятности P_i – операции пациенту при каждом данном фиксированном возрасте, с точностью не хуже 10^{-12} , что было достигнуто перенормировкой искомых вероятностей на 10^9 .

Найденное математическое ожидание составило: $MV = 16804,7284$ суток = 46,0088 лет.

Дисперсия составила $DV = 86555626,3728$ и следовательно среднее квадратичное отклонение $\sigma = (DV)^{1/2} = 9303,5276$ суток = 25,4717 лет.

Учитывая, что все события ω_i = «Операция для данного пациента» независимы и образуют полную группу Ω , в табличном виде была построена искомая функция распределения. У нас нет никакой возможности в этой статье привести эту таблицу, ввиду ее колоссального размера. Исходная таблица содержит 107124 строки, таблица с вычисленными вероятностями P_i и значениями $P(V_i = x)$ содержит 28221 строку. Внимательный анализ полученной нами, назовем ее экспериментальной, функции распределения $P(V_i = x)$ показал, что наилучшим образом она аппроксимируется гауссовской функцией распределения, интегралом вероятностей, также называемой и функцией Лапласа (1). Эта функция относится к классу так называемых специальных функций, в курсе математического анализа хорошо изучена и протабулирована с высокой точностью.

Мы сравнили нашу экспериментальную функцию распределения с теоретической при известном нам математическом ожидании $MV = 16804,7284$ и среднем квадратичном отклонении $\sigma = (DV)^{1/2} = 9303,5276$ по данным фундаментальной монографии [1] в 190 точках (именно столько значений приведено в монографии). Относительные отклонения экспериментальных значений вероятностей вида $P(V_i = x)$ от теоретических не превышали $\varepsilon = 0,03$ ч $0,07$, что для исследования такого рода следует признать очень хорошим результатом. С еще большей точностью $\varepsilon = 0,001$ ч $0,010$ получены значения вида $P(V_{1i} = V = V_{2i})$, когда определялась вероятность попадания в заданный интервал возрастов.

В рамках нашей экспериментальной модели полностью подтвердился предсказываемый теорией результат о вероятности $P(MV - \sigma \leq V \leq MV + \sigma)$

$MV+\sigma) = 0,683$. Иначе говоря, с вероятностью $P = 0,683 = 68,3\%$ оперируются пациенты в возрасте от $16804-9304=7500$ суток = 20,53 года до $16804+9304=26108$ суток = 71,48 года.

После проведенного исследования можно уверенно полагать, что при конкретном математическом ожидании и дисперсии гауссова функция – интеграл вероятностей – минимизирует модуль отклонения от экспериментальной функции распределения в метрике, задаваемой евклидовой нормой.

Выводы

1. Гауссово нормальное распределение случайной величины – возраст пациента на момент проведенной ему офтальмологической операции является объективной природной закономерностью, отражающей чрезвычайно важную сторону жизни человека – офтальмологическое здоровье и здоровье вообще, в целом определяемое совокупностью социальных, наследственных, генетических и прочих случайных факторов.

2. Небольшие и более чем удовлетворительные отклонение экспериментальной функции от теоретической носят скорее субъективный характер. Это несвоевременное обращение за медицинской помощью (при первых малоощутимых недомоганиях пациент не всегда спешит к врачу), невозможность ее своевременного получения из – за отдаленности от медицинских центров (где актуальны мобильные структуры офтальмологии), недостаток финансовых средств у пациента, травмы, которые никак не связаны с наследственностью и геномом, не офтальмологические болезни пациента и прочие явления.

3. В некотором смысле критическим является возраст равный математическому ожиданию и равен приблизительно 46-47 годам.

4. Улучшение офтальмологического здоровья населения в большой степени определяется сдвигом вправо математического ожидания и уменьшением дисперсии, но это, строго говоря, выходит за рамки медицины и лежит в русле общего повышения качества жизни, то есть является общей социальной проблемой.

Библиография:

1. Справочник по специальным функциям / Под редакцией Абрамовиц М., Стиган И. // Москва: Наука, 1979.

РЕТИНОПАТИЧЕСКОЕ ПОБОЧНОЕ ДЕЙСТВИЕ ЛЕКАРСТВЕННЫХ СРЕДСТВ И МЕРЫ ПРОФИЛАКТИКИ

Представлено ретинопатическое побочное действие лекарственных средств на орган зрения. Определена необходимость регулярных осмотров офтальмологом (через 6 месяцев), повторных осмотров и своевременная коррекция дозы и длительности приема медикаментов.

Среди заболеваний органа зрения довольно значительное место занимает патология сетчатки, в которой, как правило, выделяют сосудистые и воспалительные заболевания, дистрофические поражения. Классификация их и меры лечения и профилактики достаточно хорошо изучены и освещены в современной литературе, отражены в рубриках. Международной классификации болезней (МКБ) 10 пересмотра.

Гораздо менее изучены и освещены, в частности, побочные действия лекарственных средств (ЛС) на сетчатку.

Реакция на лекарственные средства, описанные в МКБ 10 – НКД Т 88.7, не предусматривает выделения реакции органа зрения.

Учение о побочных действиях начало свое развитие с 50-х годов XX столетия. Единых классификаций побочных действий в настоящее время не существует, тем более нет классификаций этих воздействий на орган зрения [6].

В литературе описано более пятидесяти классификаций. Систематизацией и изучением их занимались Северова Е.Я., Светличко И., Кунес В.Г., Пыцкий В.И., Вотчал Б.Г., Кудрин А.Н., Машковский М.Д., Максимович Я.Б., Лужников Е.А., Индейкин Е.Н., Купчинский Ю.К., Адо Л.Е., Золотухин С.И., Ивлева А.Я., Лазарева Д.Н., Станковская И.М. [1,2,3,5,7,9].

«Согласно определению Всемирной организации здравоохранения к побочным действиям лекарственных средств относят любую реакцию на лекарственное средство, вредную и нежелательную для организма, возникающую при его назначении для лечения, диагностики и профилактики заболеваний» [4].

По данным ВОЗ побочные действия регистрируются в 4-29% случаев, являются причиной обращения к врачам в 2-3%, причиной госпитализации в 2-10%, интенсивной терапии в 3%, а в 3-12% случаев из-за побочных действий удлиняются сроки госпитализации.