

УДК 531/534: [57+61]

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ГОЛОВКИ ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОГО СУСТАВА ЧЕЛОВЕКА В СВЯЗИ С ЧАСТИЧНОЙ КОНДИЛЭКТОМИЕЙ

А.А. Чайковский*, Г. Эй-Хмелевска**

*Institute of Mathematics, Mathematical and Physical Faculty, University of Szczecin, 70-451 Szczecin, Wielkopolska 15, Poland, e-mail: czajko@wmf.univ.szczecin.pl

Институт математики факультета математики и физики Университета Щецина, Польша

**Section of Prosthetis, Pomeranian Medical University of Szczecin, 70-400 Szczecin, Powstańcow Wielkopolskich 74, Poland, e-mail: eychmielewska@wp.pl

Отделение протезирования Померанского Медицинского Университета Щецина, Польша

Аннотация. Аналитические и численные модели височно-нижнечелюстного сустава человека полезны при проектировании и изготовлении соответствующих эндопротезов. Исследование биомеханики височно-нижнечелюстного сустава и геометрии головки нижней челюсти может помочь при проведении кондилэктомии. В настоящей работе выполнен аналитический расчет коэффициентов Ламе в эллипсоидальной системе координат, необходимых при моделировании височнонижнечелюстного сустава, и проведен анализ частичной кондилэктомии головки нижней челюсти. Найденные коэффициенты Ламе могут быть использованы при постановке и решении задачи о гидродинамической смазке в височнонижнечелюстном суставе. Знание геометрии головки нижней челюсти может быть полезно при выборе и уточнении плана операции в области височнонижнечелюстного сустава.

Ключевые слова: височно-нижнечелюстной сустав человека, эллипсоидальная поверхность головки нижней челюсти, коэффициенты Ламе в эллипсоидальной системе координат, частичная кондилэктомия.

Введение

Нижняя челюсть человека соединяется с черепом посредством двух височнонижнечелюстных суставов. Между двумя соответствующими поверхностями костей расположен суставной диск, который, как считается, уменьшает контактное давление увеличения области контакта между неконгруэнтными путем суставными поверхностями. Клинические исследования показали, что височно-нижнечелюстной сустав человека часто нагружен при работе. Вырождение суставных тканей и перегрузка приводят к некоторым нарушениям функционирования височнонижнечелюстного сустава. Аналитические и численные модели жевательной системы человека, включающей височно-нижнечелюстной сустав, могут служить мощными инструментами анализа действующих на сустав нагрузок, влияния давления и распределения напряжений.



Рис. 1. Модель височно-нижнечелюстного сустава: а – вид сбоку при окклюзии; b – вид с основания черепа при окклюзии; c – вид спереди; начало фазы открывания; головка нижней челюсти в центральном положении; d – вид спереди; фаза полного открытия; головка нижней челюсти в передней части сустава; е – вид сбоку; начало фазы открывания; головка нижней челюсти в центральном положении; f – вид сбоку; фаза полного открытия; головка нижней челюсти в центральном положении; f – вид сбоку; фаза полного открытия; головка нижней челюсти в центральном положении; f – вид сбоку; фаза полного открытия; головка нижней челюсти в передней части сустава

В литературе упоминаются некоторые аналитические модели, которые описывают механику височно-нижнечелюстного сустава [3, 9, 16, 19, 20]. С другой стороны, некоторые авторы проводят численное описание височно-нижнечелюстного сустава, используя метод конечных элементов [1, 2, 17]. Есть также исследования по геометрии головки нижней челюсти и височно-нижнечелюстного сустава [7, 8]. В некоторых работах рассматриваются проблемы механики суставов [11, 12, 15, 18]. В ряде статей изложены анатомические и клинические проблемы суставов человека,

включая суставы нижней челюсти [5, 6, 13, 14]. Анатомия височно-нижнечелюстного сустава представлена в известных монографиях [4, 10].

Новизна настоящей работы по сравнению с упомянутыми состоит: 1) в получении аналитических выражений для коэффициентов Ламе, которые могут быть использованы при постановке и решении задачи о гидродинамической смазке в височно-нижнечелюстном суставе; 2) в анализе частичной кондилэктомии головки нижней челюсти. Использование аналитических и численных моделей височнонижнечелюстного сустава может быть полезно при разработке протезов и в клинической практике.

Некоторые примеры движений височно-нижнечелюстного сустава при дыхании, глотании слюны и кусочков пищи и при разговоре показаны на рис. 1а–f.

Аналитическое нахождение коэффициентов Ламе в эллипсоидальной системе координат

Известно, что головка и впадина височно-нижнечелюстного сустава человека имеют характерную геометрию (рис. 2а–b). В данной работе учитывается эллипсоидальная форма головки нижней челюсти. Необходимо определить коэффициенты Ламе для поверхности эллипсоида. Уравнение поверхности эллипсоида вращения имеет в декартовой системе координат $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$ следующий вид (рис. 3а), [3]:

$$\frac{\tilde{x}_1^2}{a^2} + \frac{\tilde{x}_2^2}{a^2} + \frac{\tilde{x}_3^2}{b^2} = 1,$$
(1)

где *a* < *b* . Длины осей эллипсоида равны 2*a* и 2*b* в метрах. Параметрические уравнения поверхности этого эллипсоида имеют вид

$$\tilde{x}_1 = a \cdot \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos(\varphi), \quad \tilde{x}_2 = a \cdot \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin(\varphi), \quad \tilde{x}_3 = b \cdot \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right),$$
(2)

где $-\frac{\pi}{2} \le \phi \le \frac{\pi}{2}, \ 0 \le \frac{\zeta}{a} \le 2\pi$ и a < b. Переменная ϕ отвечает окружному направлению, ζ

– меридиональному направлению и r – радиальному направлению в [м] (рис. 3b). Радиус-вектор **r**₀ точки поверхности может быть записан следующим образом (рис. 4a):

$$\mathbf{r}_0 = \widetilde{x}_1 \mathbf{i} + \widetilde{x}_2 \mathbf{j} + \widetilde{x}_3 \mathbf{k} \tag{3}$$

где

$$\mathbf{r}_{0} = \left[a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos\varphi \right] \mathbf{i} + \left[a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin\varphi \right] \mathbf{j} + \left[b \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) \right] \mathbf{k} \quad . \tag{4}$$

Единичные векторы **e**₁, **e**₃ имеют вид [3, 19, 20]:

$$\mathbf{e}_{1} = \frac{\partial \mathbf{r}_{0}}{\partial \phi} \cdot \left| \frac{\partial \mathbf{r}_{0}}{\partial \phi} \right|^{-1} \quad \mathbf{H} \ \mathbf{e}_{3} = \frac{\partial \mathbf{r}_{0}}{\partial \zeta} \cdot \left| \frac{\partial \mathbf{r}_{0}}{\partial \zeta} \right|^{-1}.$$
(5)



Рис. 2. Вид спереди головки нижней челюсти (а) и впадина височно-нижнечелюстного сустава (b)



Рис. 3. Декартова $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ (a) и эллипсоидальная ортогональная φ, r, ζ (b) системы координат



Рис. 4. Геометрическая интерпретация векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1, \mathbf{n}$ (a) и $\mathbf{r}_0, \mathbf{q}_r$ (b)

Подставляя (4) в (5), получим для $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3$:

$$\mathbf{e}_1 = (-\sin \varphi)\mathbf{i} + (\cos \varphi)\mathbf{j} + \mathbf{0} \cdot \mathbf{k} , \qquad (6)$$

$$\mathbf{e}_{3} = \left[\frac{1}{S_{1}}\cos\left(\frac{\zeta}{a}\right)\cos\varphi\right]\mathbf{i} + \left[\frac{1}{S_{1}}\cos\left(\frac{\zeta}{a}\right)\sin\varphi\right]\mathbf{j} + \left[-\frac{b}{a}\frac{1}{S_{1}}\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\right]\mathbf{k}, \quad (7)$$

$$S_1 \equiv \sqrt{\cos^2\left(\frac{\zeta}{a}\right) + \frac{b^2}{a^2}\sin^2\left(\frac{\zeta}{a}\right)} \quad . \tag{8}$$

Вектор нормали **n** определяется формулой [3, 19]:

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \frac{1}{S_1} \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos\phi & \frac{1}{S_1} \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin\phi & -\frac{b}{a} \frac{1}{S_1} \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \end{vmatrix} .$$
(9)

Окончательный вид вектора n следующий:

$$\mathbf{n} = \left[-\frac{b}{a} \frac{1}{S_1} \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos\varphi \right] \mathbf{i} + \left[-\frac{b}{a} \frac{1}{S_1} \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin\varphi \right] \mathbf{j} + \left[-\frac{1}{S_1} \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) \right] \mathbf{k} , \qquad (10)$$

где S_1 выражается формулой (8). Радиус-вектор \mathbf{q}_r слоя имеет вид (рис. 4b):

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{r}_0 + r , \ \mathbf{n} \equiv x_1 \mathbf{i} + x_2 \mathbf{j} + x_3 \mathbf{k} , \qquad (11)$$

где радиус-вектор \mathbf{r}_0 точки поверхности определяется соотношением (4) и вектор нормали \mathbf{n} – формулой (10).

Подставляя (4) и (10) в (11), получим:

$$x_{1}\mathbf{i} + x_{2}\mathbf{j} + x_{3}\mathbf{k} = \left[a\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\cos\varphi + \frac{r}{S_{1}}\left(-\frac{b}{a}\right)\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\cos\varphi\right]\mathbf{i} + \left[a\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\sin\varphi + \frac{r}{S_{1}}\left(-\frac{b}{a}\right)\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\sin\varphi\right]\mathbf{j} + \left[b\cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) - \frac{r}{S_{1}}\cos\left(\frac{\zeta}{a}\right)\right]\mathbf{k} = \mathbf{q}_{r}.$$
 (12)

Сравнив коэффициенты в левой и правой частях (12), получим систему параметрических уравнений для слоя в виде:

$$x_{1} \equiv a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos\varphi + \frac{r}{S_{1}} \left(-\frac{b}{a}\right) \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \cos\varphi , \qquad (13)$$

$$x_2 \equiv a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin \varphi + \frac{r}{S_1} \left(-\frac{b}{a}\right) \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) \sin \varphi , \qquad (14)$$

$$x_3 \equiv b \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right) - \frac{r}{S_1} \cos\left(\frac{\zeta}{a}\right),\tag{15}$$

где S₁ выражается формулой (8).

Коэффициенты Ламе имеют, как известно, следующий вид [3, 19, 20]:

$$h_{\varphi} \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \varphi}\right)^2},\tag{16}$$

$$h_r \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial r}\right)^2},\tag{17}$$

$$h_{\zeta} \equiv \sqrt{\left(\frac{\partial x_1}{\partial \zeta}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial \zeta}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \zeta}\right)^2}.$$
(18)

Подставляя (13)–(15) в (16)–(17), найдем коэффициенты Ламе для произвольного эллипсоидального слоя в виде:



а b c d Рис. 5. Компьютерное моделирование эллипсоидальной поверхности головки нижней челюсти. Параметры: а -2a=20 мм, 2b=28 мм; b -2a=20 мм, 2b=32 мм; c -2a=26 мм, 2b=24 мм; d -2a=30 мм, 2b=24 мм

Таблица .	l
-----------	---

Значения длин осей 2а и 2b для эллипсоидальной головки нижней челюсти, мм

Эллипсоидальная		Численный расчет		
челюсти	Синельников [4]	Łasiński [10]	[Авторы]	[двторы]
Длина 2 <i>а</i>	18,75–20	18–20	18–22	20, 24, 28, 32
Ширина 2 <i>b</i>	6,25–7,5	5–15	8–9	18, 22, 26, 28

$$h_{\varphi}(r,\zeta) \equiv a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) - b \frac{\Psi_1}{S_1} \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right), \qquad (19)$$

$$h_r \equiv 1 , \qquad (20)$$

$$h_{\zeta}(r,\zeta) \equiv \sqrt{\cos^2\left(\frac{\zeta}{a}\right) \left(1 - \frac{\Psi_1}{S_1^3}\frac{b}{a}\right)^2} + \left(-\frac{b}{a}\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right) + \frac{\Psi_1}{S_1^3}\frac{b^2}{a^2}\sin\left(\frac{\zeta}{a}\right)\right)^2,\tag{21}$$

$$\Psi_1 \equiv \frac{r}{a} \quad , \tag{22}$$

где $0 \le r \le \varepsilon$, $0 \le \frac{\zeta}{a} \le 2\pi$, a < b и через ε обозначена толщина слоя в метрах.

Коэффициенты Ламе для тонкого эллипсоидального слоя получаются при Ψ₁→0. Окончательно коэффициенты Ламе в эллипсоидальных координатах равны:

$$h_{\varphi}(\zeta) \equiv a \sin\left(\frac{\zeta}{a}\right),\tag{23}$$

$$h_r \equiv 1 , \qquad (24)$$

$$h_{\zeta}(\zeta) \equiv \sqrt{\cos^2\left(\frac{\zeta}{a}\right) + \frac{b^2}{a^2}\sin^2\left(\frac{\zeta}{a}\right)},$$
(25)

где $0 \le \frac{\zeta}{a} \le 2\pi$, a < b. Величины φ , $\frac{\zeta}{a}$, h_r , h_{ζ} безразмерны; размерности других величин: $[r]=[M], [\zeta]=[M], [a]=[M], [b]=[M], [h_{\varphi}]=[M]$ и $[\epsilon]=[M]$. Принятые в численных расчетах длины осей для головки нижней челюсти показаны в табл. 1.

Компьютерное моделирование эллипсоидальной головки нижней челюсти

Результаты компьютерного моделирования с использованием лицензионного пакета "*Mathematica 4.1*" приведены на рис. 5а–d. На рис. 5а, b показано изменение большей оси эллипсоида 2b, а на рис. 6с, d показано изменение меньшей оси 2a. Программы, написанные в пакете "*Mathematica 4.1*", приведены в табл. 2. Перед использованием программ следует ввести строку <<Graphics ParametricPlot3D'.

iipimepbi iipoi pamm b nakere manenanca mi							
Рис		Полуоси		Углы			
	программа компьютерного моделирования:		b	U≡ζ	V≡φ		
5a	ParametricPlot3D[({10*Sin[u/10]) *Cos[v], (10*Sin[u/10] *Sin[v], (14*Cos[u/10])}, {u, 0, 10*2Pi}, {v, -Pi/2, Pi/2}, Axes->False, Boxed->False, ColorOutput->GreyLevel]	10	14	<0,20π>	$\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$		
5b	ParametricPlot3D[({10*Sin[u/10]) *Cos[v], (10*Sin[u/10] *Sin[v], (16*Cos[u/10])}, {u, 0, 10*2Pi}, {v, -Pi/2, Pi/2}, Axes->False, Boxed->False, ColorOutput->GreyLevel]	10	16	<0,20π>	$\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$		
5c	ParametricPlot3D[({13*Sin[u/13]) *Cos[v], (13*Sin[u/13] *Sin[v], (12*Cos[u/13])}, {u, 0, 13*2Pi}, {v, -Pi/2, Pi/2}, Axes->False, Boxed->False, ColorOutput->GreyLevel]	13	12	<0,26π>	$\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$		
5d	ParametricPlot3D[({15*Sin[u/15]) *Cos[v], (15*Sin[u/15] *Sin[v], (12*Cos[u/15])}, {u, 0, 15*2Pi}, {v, -Pi/2, Pi/2}, Axes->False, Boxed->False, ColorOutput->GreyLevel]	15	12	<0,30π>	$\left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$		

Примеры программ в пакете"*Mathematica 4.1*"

Таблииа 2

Случай пациента с частичной кондилэктомией головки нижней челюсти

Пациент P.S., возраст 62 года, госпитализирован в отделение челюстно-лицевой и зубной хирургии, с жалобами на боль в области височно-нижнечелюстного сустава (рис. 6). Пациент имел частичную кондилэктомию левой головки нижней челюсти (рис. 6). Во время операции хирурги удалили часть поверхности головки нижней челюсти с покрывающим хрящом. После операции болевые ощущения в области височно-нижнечелюстного сустава оставались. Пациент был направлен в отделение зубного протезирования с диагнозом "дисфункция височно-нижнечелюстного сустава" для дальнейшего консервативного лечения.

При исследовании и на пантомографической рентгенограмме, датированной 21 сентября 2002 г. (рис. 6), наблюдалась потеря боковых зубов, соответствующая

классификации Eichner B4. По словам пациента, он использовал только регулируемый съемный верхний протез.

Пациенту было назначено протезирование. Дополнительно была изготовлена межзубная шина для стабилизации окклюзии. Была рекомендована общая терапия с применением болеутоляющих и противовоспалительных средств. Пациент прошел курс лечения салициловыми и лигнокаиновыми препаратами, а также электротерапию.

Для данного пациента был получен ряд компьютерно-томографических снимков левого и правого височно-нижнечелюстных суставов. Движения правого сустава показаны на рис. 7а–d. На первом и втором кадрах показаны два этапа фазы окклюзии (рис. 7a, b); на третьем и четвертом – два этапа фазы открывания (рис. 7c, d).

Можно видеть не только движение головки нижней челюсти (см. стрелки), но также элементы височно-нижнечелюстного сустава. Представляет интерес анализ поверхности головки нижней челюсти.

Движения левого височно-нижнечелюстного сустава показаны на рис. 8а–d. На первом и втором кадрах показаны два этапа фазы окклюзии (рис. 8a, b); на третьем и четвертом – два этапа фазы открывания (рис. 8c, d).

Можно видеть не только движение головки нижней челюсти (см. стрелки), но также элементы височно-нижнечелюстного сустава. Представляет интерес наблюдение поверхности поврежденной левой головки нижней челюсти.

В результате проведенного лечения было достигнуто некоторое снижение болевых ощущений (рис. 9).

Обсуждение

Болевые ощущения являются основными и трудноустранимыми симптомами заболеваний височно-нижнечелюстного сустава. Для устранения болей применяется операция частичной кондилэктомии. При этой операции удаляется часть поверхности мыщелкового отростка нижней челюсти.

Предварительный план операции основывается на визуальной диагностике. Имеются, например, рентгеновские технологии (*RTG*-снимки, пантомографические рентгенограммы нижней челюсти) и магниторезонансные технологии. Операция в области височно-нижнечелюстного сустава часто изменяет механику его функционирования.

Анализ геометрии соприкасающихся поверхностей головки нижней челюсти и суставной впадины может быть полезным при планировании операций в области височно-нижнечелюстного сустава.

Информация о параметрах функционирования височно-нижнечелюстного сустава, особенно о давлении, напряжениях и нагрузках, поможет при диагностировании и лечении заболеваний.

Чайковский А.А., Эй-Хмелевска Г. Моделирование поверхности головки височно-нижнечелюстного сустава человека в связи с частичной кондилэктомией



Рис. 6. Пантомографическая рентгенограмма перед операцией, 21 ноября 2002





Рис. 7. Компьютерно-томографические снимки правого височно-нижнечелюстного сустава (a, b – окклюзия, c, d – открывание). До операции, 18.12.2002



Рис. 8. Первый компьютерно-томографический снимок левого височно-нижнечелюстного сустава (а, b – окклюзия, c, d – открывание). До операции, 18.12.2002



Рис. 9. Пантомографическая рентгенограмма после операции, 14 января 2003 г. Можно видеть хирургическое вмешательство на левой головке нижней челюсти

Выводы

На основе клинической практики, аналитических и численных расчетов можно сделать следующие выводы.

- Клинические наблюдения показывают, что головки нижней челюсти человека могут иметь разнообразные геометрические формы. Предположение об эллипсоидальности формы позволяет построить приемлемую аналитическую модель. Можно записать в явном виде уравнение поверхности эллипсоида вращения. Можно также использовать параметрические формулы для перехода от декартовой к эллипсоидальной системе координат.
- Используя модель эллипсоидальной поверхности височно-нижнечелюстного сустава, можно найти коэффициенты Ламе как для произвольного, так и для тонкого эллипсоидального слоя в эллипсоидальных координатах.
- Вычисленные коэффициенты Ламе могут быть использованы в основных уравнениях задачи гидродинамической смазки в височно-нижнечелюстном суставе.
 В этом случае необходимо составить систему уравнений, описывающих несимметричное и нестационарное течение синовиальной жидкости между двумя суставными поверхностями
- Знание геометрии головки нижней челюсти может быть очень полезно при выборе и уточнении плана операции в области височно-нижнечелюстного сустава.

Список литературы

- Three-dimensional finite element analysis of the human temporomandibular joint disc / M. Byeek, J.H. Koolstra, L.J. van Ruijven, T.M.G.J. van Eigen // Journal of Biomechanics. – 2000. – Vol. 33, No 1. – P. 307-316.
- 2. A finite element analysis of the human temporomandibular joint / J. Chen, L. Xu // Journal of Biomechanical Engineering. 1994. Vol. 116. P. 401-407.
- Lame coefficients for ellipsoidal surfaces in lubrication problem of human hip joint / A.A. Czajkowski // Scientific Proceedings of Applied Mechanics Faculty of Silesian Technical University. – 2001.– Vol. 17. – P. 25-30.
- 4. *Синельников, Р.Д.* Атлас анатомии человека: Том 1. Учение о костях, суставах, связках и мышцах. / Р.Д. Синельников. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Медицина, 1972.
- 5. *Dumbleton, J.H.* Tribology of natural and artificial joints / J.H. Dumbleton. Amsterdam, Oxford, New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1981.
- 6. *Ey-Chmielewska, H.* Proba zastosowania techniki ultrasonograficznej do potwierdzenia diagnozowania, planowania i obserwacji odległych wyników leczenia dysfunkcji bólowych stawów skroniowożuchwowych: doctor dissertation / Pomeranian Academy of Medicine (PAM). – Poland, Szczecin, 1996.
- 7. A three-dimensional investigation of temporomandibular joint loading / M.G. Faulkner, D.C. Hatcher, A. Hay // Journal of Biomechanics. 1987. Vol. 20. P. 997-1002.
- 8. The three-dimensional cancellous bone architecture of the human mandibular condyle / E.B.W. Giesen, T.M.G..J. van Eijden // Journal of Dental Research. 2000. Vol. 67. P. 957-963.
- Development of mechanical and mathematical models to study temporomandibular joint loading / D.C. Hatcher, M.G. Faulkner, A. Hay // Journal of Prostethic Dentistry. – 1986. – Vol. 55. – P. 377-384.
- 10. Łasiński, W. Anatomia głowy dla stomatologow / W. Łasiński. Warszawa: PZWL, 1978.
- 11. The role of lubrication in biomechanical joints / V.C. Mow // Journal of Lubrication Technology. Transactions of ASME. 1969. Vol. 91. P. 320-329.
- Movement areas of the mandible / U. Posselt // Journal of Prosthetic Dentistry. 1957. Vol. 7. P. 375-385.
- Siluk, J. Partial condylectomy in the pain syndrome of temporomandibular joint individual experience / J. Siluk, M. Sulikowski, H. Ey-Chmielewska // Proceedings of The 4-th Congress of Oral and Dental Surgery (Białystok, 22-24 May 2003). – Białystok, 2003.
- Mastication as stimulus of growth, development and formation of the dentofacial system / E.Y. Simanovskaya, M.Ph. Bolotova, M.Y Nyashin // Russian Journal of Biomechanics. – 2001. – Vol. 5, № 2. – P. 49-53.

- 15. Masticatory adaptation of the human dentofacial system / E.Y Simanovskaya, M.Ph. Bolotova, Y.I. Nyashin, M.Y. Nyashin // Russian Journal of Biomechanics. 2002. Vol. 6, No (2). P. 15-21.
- Mathematical model of the human jaw system simulating static biting and movements after unloading / G.E.C. Slager, E. Otten, T.M.G.J. van Eijden, J.D. van Willigen // Journal of Neurophysiology. – 1997. – Vol. 78. – P. 3222-3233.
- 17. A numerical model of temporomandibular joint loading / D.M. Smith, K.R. McLachan, W.D. McCall // Journal of Dental Research. 1986. Vol. 65. P. 1046-1052.
- 18. Functional anatomy of the temporomandibular joint / J.A. Werner, B. Tillman, N.A. Schleicher // Anatomy and Embriology. 1991. Vol. 183. P. 89-95.
- 19. Hydrodynamic lubrication theory of human joint gap / K. Wierzcholski // Russian Journal of Biomechanics. 2002. Vol.6, No.1. P. 34-55.
- 20. The method of solution for hydrodynamic lubrication by synovial fluid flow in human joint gap / K. Wierzcholski // Control and Cybernetics. 2002. Vol. 31, № 1. P. 91-116.

MODELLING OF HEAD SURFACE OF HUMAN TEMPOROMANDIBULAR JOINT IN RELATION TO PARTIAL CONDYLECTOMY

A.A. Czajkowski, H. Ey-Chmielewska (Szczecin, Poland)

The mathematical and numerical models of human temporomandibular joint are the useful elements in design and manufacture of its endoprosthesis. The study of biomechanics of the temporomandibular joint and geometry of the mandibular head may be very helpful in condylectomy. This paper presents the mathematical modelling of Lame coefficients in elliptical co-ordiante system for the temporomandibular joint and also shows the analysis of partial condylectomy of the mandibular head. Calculated Lame coefficients may be used in description mathematical of hydrodynamic lubrication problem for elliptical temporomandibular joint. Knowledge of the mandibular head geometry may be very useful in selection and precise planning of the surgical operations in the area of human temporomandibular joint.

Key words: human temporomandibular joint, elliptical surface of mandibular head, Lame coefficients in elliptical co-ordinate system, partial condylectomy.

Получено 1 сентября 2004